Docencia Universitaria, Vol. V, Nº 1 y 2, Año 2004
SADPRO - UCV
Universidad Central de Venezuela

Una Estrategia Específica para la Resolución de Problemas en Función del Contenido. Las Funciones

María Pilar Ruesga Ramos
Universidad de Burgos (España)
pruesga@ubu.es

José María Sigarreta Almira
Universidad Carlos III de Madrid (España)
jsigarre@imath.uc3m.es

Resumen

Los métodos generales de resolución de problemas en Matemáticas proporcionan pautas que incluyen el establecimiento de una estrategia resolutiva. Sin embargo, las características propias de los contenidos en los distintos campos de conocimiento y, más aún, de cada tema particularmente, permiten identificar pautas específicas para desarrollar estrategias resolutivas. En este trabajo se desarrolla una estrategia específica para la resolución de problemas, utilizando los contenidos sobre Funciones que se ilustra en un conjunto de problemas.
Palabras clave: *resolución de problemas en matemáticas; funciones; estrategias resolutivas.*

A Specific Strategy for Problem Resolution in Relation to Content Matter. Functions

Abstract

General methods of resolution of mathematical problems provide guidelines that include the establishment of a resolution strategy. Nevertheless, the specific characteristics of content in the different fields of knowledge and of each subject in particular, allow the identification of specific guidelines to develop resolution strategies. In this article a specific strategy for problem resolution is developed, using contents of Functions, as illustrated in a set of problems.
Key words: *problem resolution in mathematics; functions; resolution strategies.*

Introducción

Al hacer un análisis de las tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas, se constata que la resolución de problemas ha ido ganando cada vez más importancia. Aunque realmente no fue sino hasta la década de los ochenta cuando la Asociación Nacional de Profesores de Matemática (NCTM, 1980) declarara que: "La resolución de problemas ha de ser el centro de la enseñanza de las Matemáticas y que la aspiración fundamental o máxima de cualquier diseño curricular es que el alumno aprenda a solucionar problemas".

De acuerdo con Brousseau (1986) no hay verdadero aprendizaje en matemáticas si no se saben resolver problemas. Las razones de esta consideración son múltiples; por una parte, en los procesos de solución de situaciones problemáticas se identifica, en gran medida, la capacidad formativa e informativa que la matemática tiene; pero, además, la cuestión es indicativa del logro de un aprendizaje significativo en el alumnado, que le permita reconocer y resolver múltiples situaciones de la vida corriente utilizando el conocimiento matemático.

Los trabajos de Polya (1976); Zilmer (1981); Jungk (1985); Glaser (1986); Blanco (1991); Schoenfeld (1985; 1987; 1992); Núñez (1998) y Carreras (1998), entre otros, son referentes fundamentales que tratan sobre distintos aspectos relativos a la problemática general de resolución de problemas. Estos trabajos abordan el estudio de las formas lógico–económicas del pensamiento, sin pretender demostrar las especificidades de los procesos en su relación con un determinado contenido. En Cuba, en especial el grupo de investigación ENPROM (Enseñanza de Problemas Matemáticos), ha realizado contribuciones a esta temática. De esos trabajos se pueden mencionar los desarrollados por Cruz (1997); Sigarreta (1997) y Sigarreta y Palacio (2000), en los que se explicita una marcada intención hacia las estrategias específicas para la resolución de problemas en función de determinados contenidos de la Matemática, línea ésta poco desarrollada hasta el momento.

Sin embargo, la incidencia del contenido, de la heurística propia de los diferentes campos de conocimiento y de conocimientos particulares propios de cada tema es, a menudo, la causa por la cual los alumnos no son capaces de superar las dificultades que una determinada situación problemática presenta. En la mayoría de los casos, al enfrentar un problema se requiere romper la barrera de las estrategias generales y, en sentido inverso, recurrir a las estrategias particulares, situación que los estudiantes no logran superar.

De acuerdo con lo planteado anteriormente, Gairín (1995) afirma que "… hay que reconocer que la aplicación de indicaciones didácticas de carácter general influyen menos en el éxito del aprendizaje que las específicas de una actividad cuando se conocen".

Gran parte de los elementos que intervienen en la resolución de problemas están relacionados con procesos cognitivos que revisten características propias dependientes de los contenidos. Para la resolución exitosa de los problemas matemáticos, el estudiante no sólo debe ser capaz de comprender e interpretar las relaciones matemáticas involucradas en éstos, sino que la solución efectiva depende también de su conocimiento de las situaciones concretas, de la organización del conocimiento inmerso en esta situación y de las estrategias específicas en función de dicho contenido. Todos estos aspectos involucran de forma más o menos inmediata al contenido. Por ello pensamos que resulta eficaz concentrar la atención tanto en los contenidos, como en la lógica de su desarrollo y, como elemento globalizador del trabajo, estudiar y potenciar el análisis de las estrategias a seguir para la resolución de problemas.

Autores como Hinsley, Hayes y Simon (1977) han mostrado evidencias en cuanto a que los sujetos que son competentes en la resolución de problemas matemáticos tienen un conocimiento extenso en tipos de problemas y en estrategias específicas para la resolución de éstos.

Los informes NCTM e IBERICA muestran que los contenidos sobre Funciones se abordan de manera "simplista", al establecer sólo la relación de estos conceptos con el cálculo y el trabajo algebraico, lo que no permite dar una visión integradora de estos conocimientos, ni se logra que el alumno tenga una noción operativa–aplicativa del concepto de función en relación con otros temas.

En el contexto de la Matemática escolar, resolver problemas es analizado como un proceso en el cual se deben combinar el conocimiento de heurísticos o estrategias concretas de recogida, organización y tratamiento de la información; diferentes formas de representación, codificación y decodificación; modelación de unas formas a otras, aplicación y traducción de un lenguaje a otro y posibilidad de establecer las diferentes relaciones entre los contenidos aprendidos. Dicho proceso constituye una actividad mental compleja, y los posibles éxitos dentro de ésta no sólo están relacionados con la experiencia, el conocimiento de sus posibilidades y limitaciones sino también con los contenidos matemáticos que se proporcionan al estudiante.

Encontramos que existe una insuficiente utilización de los contenidos sobre funciones y sobre geometría analítica para abordar la solución de problemas matemáticos en la enseñanza preuniversitaria. Por ello, nos proponemos desarrollar y explicar una estrategia sustentada en los contenidos de Funciones, como recurso para enfrentar la resolución de problemas matemáticos.

Algunos indicadores en los problemas

Al analizar diferentes definiciones del concepto problema, encontramos que aunque existe una gran diversidad de criterios, éstos no son contradictorios entre distintos autores, lo que permite precisar el concepto con base en los siguientes rasgos:

- Debe existir una situación inicial y una situación final.
- La vía que permite pasar de una situación a otra debe ser desconocida o, al menos, no ha de ser inmediatamente accesible, estableciendo diferencias esenciales entre ejercicio y problema.
- Debe existir el estudiante que quiera resolverlo, teniendo presente que lo que puede ser un problema para uno puede no serlo para otro.
- Que el estudiante disponga de los elementos necesarios para realizar la transformación: nivel de conocimientos, habilidades, motivación.

La importancia del contenido se hace patente cuando se considera la heurística ligada a distintos campos de conocimiento. Así en Álgebra, tanto los enunciados como las formas de representación tienen un estilo simbólico vinculado a un lenguaje formal, mientras que en Geometría los apoyos visuales son un instrumento clave.

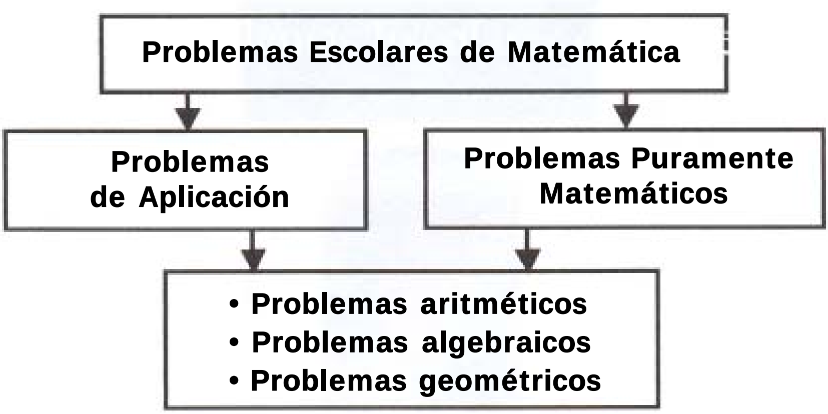
Estas diferencias justifican los intentos de clasificar los problemas como forma de organizar la actividad docente y determinar el efecto que provocan durante los procesos resolutivos. De esta forma, encontramos la clasificación de los problemas escolares en problemas de aplicación y problemas puramente matemáticos, éstos se subdividen a su vez en problemas aritméticos, algebraicos y geométricos dependiendo de a cuál de los campos anteriores pertenecen los recursos empleados para su solución.

La clasificación cumple una función orientadora de la actividad que se concreta en las definiciones siguientes:

- Los problemas de aplicación son aquellos que reproducen o simulan la realidad o una parte de ésta y que para su solución requieren el uso de herramientas o recursos propiamente matemáticos.

- Los problemas puramente matemáticos son aquellos en los que aparecen, de manera explícita, los diferentes objetos matemáticos (números, relaciones y operaciones aritméticas, ecuaciones, funciones, figuras geométricas, entre otras), (Ver Figura 1).

Figura 1
Problemas Escolares en Matemática



La clasificación de los problemas de acuerdo con el contenido permite introducir factores de análisis propios de la materia y descubrir regularidades que perfilan estrategias resolutivas específicas, dentro del marco general de las estrategias para resolver problemas. Labarrere (1988, p.16) afirma la necesidad e importancia de profundizar en el estudio de las estrategias de solución de problemas, tanto generales como específicas, como vía para favorecer el proceso de resolución de problemas, ya sean docentes (los de las asignaturas), o los que se plantean en la vida fuera de la escuela. Estamos interesados en desarrollar estos aspectos para el caso particular de los contenidos relativos a funciones.

En las definiciones de estrategias estudiadas, se hace especial énfasis en que aquellas que constituyen una vía de acción, las cuales requieren la participación consciente del sujeto, que le sirva de guía o metodología para realizar una actividad deseada. Es decir, las estrategias deben ser líneas de acción ajustadas a la naturaleza de los problemas y de las metas que se desean alcanzar, permitiendo, además, aprovechar de manera óptima los recursos y minimizar los errores. En el trabajo se utiliza como definición operativa de estrategias específicas, en función del contenido, las acciones que son aplicables a un determinado conjunto de problemas, pero relativo a un dominio de conocimiento dado, cuyos efectos en función de la solución están claramente determinados.

Para nosotros queda claro que la resolución de problemas está íntimamente ligada a la heurística. Asumimos con Guzmán (1993) que:

> Es lo mejor que podemos proporcionarle a nuestros jóvenes, capacidad autónoma para resolver sus propios problemas; el mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos afectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos; el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizado y creativo; porque muchos de los hábitos que así se consoliden tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas y es aplicable a todas las edades. (p. 15)

Por tanto, la propuesta que vamos a desarrollar toma la heurística como eje vertebrador y se prolonga desde las indicaciones para desarrollar estrategias hasta las indicaciones generales y resolutivas en función del contenido, propias del contenido relativo a funciones.

Entendemos que en la estrategia propuesta por Polya (1976), los elementos de las fases no aparecen detallados; por lo tanto, su aplicación de manera directa resulta difícil. La desarrollada por Schoenfeld (1992), aunque está dirigida a alumnos talentosos, es más explícita y puede aplicarse parcialmente, con adaptaciones, a los estudiantes de nuestras aulas. Las dadas por Müller y Jungk (1985) son similares y más completas que las anteriores; estas últimas plantean un modelo aplicable a cualquier tipo de problema.

La propuesta de una estrategia específica para la resolución de problemas en función de contenidos determinados no niega la importancia ni la utilidad de las estrategias analizadas; no obstante, de la misma forma que el medio ambiente próximo resulta determinante para el proceso de enseñanza-aprendizaje, la contextualización de las estrategias resolutivas de problemas en temas concretos permite un mejor acercamiento a las demandas particulares del mismo. Este camino de especialización surge de manera natural desde la realidad de la solución de problemas, pues en definitiva, cada problema particular requiere una estrategia particular y, por tanto, nuestra propuesta pretende un paso más en el acercamiento hacia la individualidad de cada problema.

Indicaciones didácticas para el desarrollo de estrategias resolutivas en función del contenido

La consideración del contenido, como punto de vista principal del desarrollo de estrategias resolutivas, proporciona algunas consideraciones de carácter general relativas al campo de conocimiento al que pertenece el tema, para lo cual nos proponemos desarrollar una estrategia específica que en este caso se refiere a las funciones. Estas indicaciones se agrupan en torno a los siguientes aspectos: conocimientos previos, sistematización, visualización, inventariado de ideas, puesta en común, analogía, generalización y aplicación, según se expone a continuación:

1. Poseer conocimientos previos respecto al contenido a tratar, es decir, los conceptos, teoremas y procedimientos estudiados. En

este sentido, los conocimientos básicos **de carácter matemático** que el estudiante debe poseer son los siguientes:

- Los relativos a variables, funciones, ecuaciones e inecuaciones.
- Elementos teóricos relacionados con la Geometría Analítica y la sintética del plano.
- Situaciones básicas de la Trigonometría.

Los conocimientos básicos, **de carácter general**, que el estudiante debe poseer son los siguientes:

- La estrategia general para la solución de problemas.
- Las estrategias específicas en función del contenido.
- Clasificación de los problemas.

2. **Trabajar sistemáticamente** con los problemas y realizar el análisis retrospectivo y perspectivo de las soluciones de los problemas para, a partir de éstos, obtener regularidades. En lo referente a esta indicación, se propone al profesor la presentación de al menos un problema en cada clase, con la finalidad de:
   - Que el estudiante se familiarice con la actividad de resolución de problemas.
   - Que se consiga un ambiente de resolución de problemas en el contexto curricular y extracurricular.
   - Una vez hallada la solución de cada problema, se efectúe un detallado análisis sobre los medios utilizados y la vía elegida, lo que debe conducir al establecimiento de analogías y diferencias de este proceso con los utilizados en problemas resueltos anteriormente, así como la posibilidad de aplicar esta vía a los mismos.
   - A partir de los elementos que posee el estudiante, establecer una comparación entre los diferentes métodos y procesos estudiados.
   - Crear en los estudiantes un pensamiento orientado hacia la resolución de problemas.
3. Utilizar el recurso de la **visualización** geométrica, gráficos, esquemas, diagramas, tablas y notaciones.
   - En los problemas donde las relaciones geométricas no se expresan de manera explícita, el primer paso para lograr claridad y comprensión de lo planteado será expresar los posibles nexos a través de esquemas y/o gráficos.
   - Estas representaciones permiten encontrar elementos

relacionales que pongan de manifiesto situaciones de dependencias funcionales.

4. Hacer un **inventario** de todas o, por lo menos, del mayor número **de ideas** que van surgiendo en el proceso de resolución.

- En esta indicación es preciso que el estudiante vaya relacionando las ideas o caminos que tienen relación con el problema y que van surgiendo de manera natural en el mismo.

- A la hora de resolver un problema, todos los cálculos y razonamientos se realizan a "ciegas" y en ausencia del método determinado, sin conocer cuáles de éstos son realmente necesarios y cuáles serán más tarde innecesarios.

- En la mayoría de los casos los alumnos abandonan prematuramente una variante que les puede conducir a la solución del problema que enfrentan.

5. **Puesta en común** de los resultados obtenidos. En esta indicación el profesor debe potenciar y dirigir al estudiante para que:

- Comparta las ideas que le sirvieron de soporte para encontrar la solución del problema.

- Someta a consideración de los demás miembros del grupo la vía de solución encontrada.

- Argumente la solución con bastante exactitud. Por lo que un ejercicio provechoso en grado sumo es que en algunos problemas se determine su solución y que el estudiante tenga que formalizarla.

- Asuma posiciones de aceptación o no aceptación de los señalamientos, los que posteriormente defenderá ante sus compañeros.

- Desarrolle habilidades comunicativas, pues como es bien conocido, los estudiantes en muchas ocasiones dicen mucho menos de lo que saben en torno a una determinada situación.

6. **Utilizar analogías** a partir de la solución de posibles problemas tipo.

- Es necesario que el profesor proponga problemas tipo, no solamente desde su presentación y estructura, sino que, además, su solución le proporcione métodos para enfrentar la solución de nuevos problemas, es decir, que crea las bases para las diferentes formas de actuación.

- Se resolverán problemas por más de una vía de solución, lo que le permitirá al estudiante comprender que cada variante de solución se convertirá en un plan potencial para enfrentar la solución de nuevos problemas.

7. **Generalización del procedimiento**.
   - El profesor debe estar preparado para realizar clases dedicadas a la solución de problemas, con la finalidad de introducir nuevos contenidos o cumplir con cualquiera de las funciones didácticas. Además, no siempre proponer los problemas relacionados con el contenido que se está impartiendo, pero sí aquellos cuya solución requiera el uso de las estrategias propuestas.
   - El estudiante, dirigido por el profesor, ha de formular nuevas preguntas a partir de los resultados obtenidos y elaborar nuevas ideas de solución. Se debe evitar el uso de problemas meramente formales para atenuar la tendencia a la ejecución.
   - Los problemas propuestos deben poseer una amplia y variada información para que su generalización no sólo quede en el plano teórico, sino que trascienda al quehacer socio–cultural.
   - A partir de los problemas previamente seleccionados por el profesor, el estudiante debe determinar el alcance del procedimiento encontrado, vale decir, analizar si es posible aplicarlo a otros problemas. Además de comprender con cuáles condiciones o restricciones puede ser aplicado a otros tipos de problemas.
8. **Aplicación del procedimiento** obtenido a diferentes situaciones.
   - El profesor debe proponer diferentes problemas donde se apliquen las estrategias aisladas, así como algún(os) problema(s) que no pueda(n) ser resuelto(s) con la utilización de la estrategia, de manera que el estudiante se lleve la idea de que ésta no es una estrategia universal que resuelve cualquier tipo de problema, sino que es una herramienta que él puede utilizar cuando lo entienda, vale decir, a partir de la determinación de ciertas relaciones que le proporcionen elementos para aplicarlas.

El proceso de resolución de problemas, como proceso activo, requiere la participación activa y consciente del alumnado, y no sólo el empleo de estas indicaciones por parte del profesor. Debe notarse que las estrategias tienen un carácter heurístico, no algorítmico, pues no se trata de formar patrones de conducta para utilizar una u otra estrategia a partir de ciertas señales, sino de dotar a los estudiantes de los medios que pueden ser utilizados cuando lo entiendan necesario, sobre todo cuando no exista una vía “tradicional” para resolver el problema en cuestión.

En otra dirección, a pesar de las declaraciones y de los enfoques de la enseñanza basados en la resolución de problemas, no se ha llegado a convertir la resolución de problemas en objeto de enseñanza. Predominan las formas de trabajo con problemas y los alumnos crean sus propios significantes para la resolución de los mismos, desarrollan creencias que limitan sus posibilidades y forman estrategias de trabajo que no son exitosas.

Estrategias específicas en función del contenido de funciones

La estrategia específica en función del contenido pone de relieve aspectos concretos propios del contenido tratado y se inscribe dentro de las pautas que determinan las estrategias generales. El método utilizado para estudiar las estrategias específicas, en función del contenido de funciones, se desarrolla partiendo del análisis heurístico que proporciona el proceso resolutivo de un conjunto de problemas de distintos niveles educativos, que permite aislar algunas regularidades para convertirlas en un procedimiento sistematizado.

Estrategia específica para la resolución de problemas utilizando los contenidos sobre Funciones

1. Identificar el problema a enfrentar

En esta acción es importante que el alumno identifique el tipo de problema, es decir, si es puramente matemático o de aplicación y que determine a qué dominio, dentro de la matemática, pertenece el problema. Además, el estudiante debe encontrar y estratificar los problemas que puedan estar relacionados con temáticas tales como: resolver ecuaciones, demostrar la existencia o no de extremos, probar la existencia o posibilidad de realizar una construcción bajo raíces de ecuaciones, demostrar desigualdades, resolver problemas de determinadas condiciones, calcular sumas.

Esta acción, además, crea las bases para un razonamiento consciente y dirigido, que permite, en un primer momento, relacionar el problema, de manera algo imprecisa, con un determinado campo de conocimiento matemático (piénsese en la Aritmética, Geometría y Álgebra). Dentro de una de estas disciplinas, luego de ser determinada, se desarrollan entonces las operaciones fundamentales del pensamiento.

2. Buscar relaciones entre los datos

Esta acción aparece relacionada con el momento de considerar los elementos variables en el problema, o lo que es lo mismo, hacer notar cuál es el elemento que se debe tomar como variable y expresar los demás en función de éste. También resulta esencial establecer las relaciones que se dan explícitamente en el problema, determinar los datos implícitos y buscar los elementos relacionales entre ambos tipos de datos. Así como determinar el (o los) parámetro(s), el elemento variable (mediante el cual se expresarán los demás) y, así encontrar las conexiones que permitan establecer el vínculo entre lo conocido con lo desconocido.

3. Establecer un modelo

Es necesario determinar cuál es la variable independiente y la dependiente, y expresar todas las relaciones encontradas en función de la variable independiente, con el objetivo de encontrar la función que sirva de modelo para determinar lo que se está pidiendo en el problema. En otras palabras, escribir la función que cumple con las condiciones del problema.

4. Hallar dominio e imagen de dicha función

Tal acción se realiza en lo fundamental, para delimitar el rango donde se pueden localizar las soluciones del problema en cuestión. No menos importante en esta acción, es determinar en qué conjunto de valores se va a mover la variable independiente y, además, analizar las propiedades que cumple ésta y utilizar esa información en función de lograr nuestro objetivo.

5. Analizar las propiedades que cumple la función objetivo

Dentro de esta acción resulta conveniente utilizar propiedades tales como: monotonía, inyectividad, acotación, continuidad, entre otras. Además de preguntarse, ¿qué teoremas, consideraciones o propiedades se pueden aplicar para determinar lo que se pide?

Aplicación de la estrategia sobre funciones a la solución de problemas seleccionados

A continuación se ofrecen algunos ejemplos de problemas que ilustran la utilización de la estrategia específica, en función del contenido de funciones.

Problema 1: Un bebe pesa 10 libras[1] al nacer y 3 años después su peso es de 30 libras. Suponga que el peso, en libras, w, está relacionado linealmente con la edad en años, t.

a) Exprese w en términos de t.
b) ¿Cuál es el peso al sexto año de vida?
c) ¿A qué edad el niño pesará 70 libras?

Estrategia

a) Identificar el problema a enfrentar. El problema a resolver, por su planteamiento, requiere conocimientos matemáticos (hay que realizar cálculos aritméticos y encontrar una expresión algebraica en términos del tiempo) y dentro del campo de las matemáticas se mueve en el campo algebraico; además, de su enunciado se puede ver que está relacionado con la práctica social (se trata de pesos de personas y la manera de determinar una relación matemática que nos permita obtener el peso aproximado de una persona durante un periodo de su crecimiento). Entender el significado global del problema presupone que el estudiante haga un breve comentario sobre la información que brinda el mismo. Luego de este comentario se determinarán las palabras o frases que presenten dificultad (que en este caso pudiera ser…que se relaciona linealmente…) y consideramos que las misma son fundamentales para el proceso de resolución. En las preguntas se declaran las incógnitas (hay que determinar w(t), w(6) y resolver la ecuación w(t)=70). Los datos explícitos se tienen directamente del planteamiento del mismo. El problema lo podemos ubicar dentro del tema de funciones, pues lo que se pide es establecer una dependencia funcional y a la hora de delimitar dentro de la gama de funciones que conoce el estudiante más específicamente en el tema sobre funciones lineales.

b) Buscar relaciones entre los datos. De los datos del problema se puede establecer una relación en cuanto al peso según la edad, con lo que podemos construir una tabla.

Edad en años	Peso en libras
0	10
3	30

Luego de saber que estos datos están relacionados linealmente, se puede determinar que los datos que se dan en el problema son suficientes, es decir, lo determinan de manera única.

c) Establecer un modelo. En estos momentos se puede reformular el problema en términos de que lo que se busca es una función lineal que contiene los pares $(0;10)$ y $(3;30)$. Recordando que es suficiente dos puntos que pertenezcan a la función lineal para determinarla de manera única y la función buscada tiene la forma: *w(t)=m.t + n*.

d) Hallar dominio e imagen de dicha función. La función, desde el punto de vista funcional, tiene por dominio e imagen todo R, las posibles respuestas para el inciso b) las podemos ubicar en el intervalo de 50 a 60. En el inciso c) la respuesta debe estar en un intervalo de 6 a 9, según el inciso anterior.

e) Analizar las propiedades que cumple la función objetivo. Podemos decir que la función que se busca es monótona creciente.

Puede ser representable geométricamente como una recta que pasa por los dos puntos dados, de tal modo que la solución a los apartados b) y c) puede obtenerse, no sólo analíticamente, sino también geométricamente:

$$w(0) = 10 \text{ y } w(3) = 30$$

$$n = 10 \text{ y } 30 = 3m + 10;\ \ m = \frac{20}{3}$$

$$w(t) = \frac{20}{3}x + 10$$

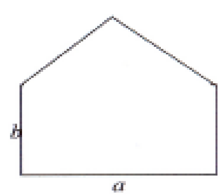
Problema 2: Una ventana de forma rectangular está rematada en la parte superior por un triángulo equilátero. El perímetro de la ventana es igual a P. ¿Cuál debe ser la base *a* del rectángulo para que la ventana tenga la mayor superficie posible?

Estrategia

a) Identificar el problema a enfrentar. Por la información que proporciona el problema, lo podemos ubicar dentro del campo de problemas geométricos y, como su texto lo indica, es un problema de optimización, el cual refiere explícitamente las figuras rectángulo y triángulo.

b) Buscar relaciones entre los datos. La representación geométrica de la situación permite establecer que la medida de los lados del triángulo debe ser *a*.

Luego asignamos variables a las magnitudes desconocidas y sustituimos los conceptos por sus definiciones, para poder establecer relaciones entre los datos que se tienen explícitamente y los implícitos. Por otra parte, la pregunta hace referencia a la superficie que está determinada por una cierta relación entre las dimensiones de la figura. Además, de las dos dimensiones, *a*, ha de ser la variable independiente.



c) Establecer un modelo

De la relación entre los datos se tiene , es decir:

Y de la pregunta se tiene

$$S(a) = \frac{aP - 3a^2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

d) Hallar dominio e imagen de dicha función. Como se pide determinar para qué valor de *a* se tiene la mayor superficie posible y la función obtenida es cuadrática, es una parábola que abre hacia abajo, basta encontrar la abscisa del vértice para dar respuesta al problema planteado.

$S(a) = \dfrac{2aP - (6-\sqrt{3})a^2}{4}$, esta función alcanza su máximo en

$$a = \frac{P}{6-\sqrt{3}}$$

Por lo que la ventana tendrá la mayor superficie posible cuando

$$a = \frac{P}{6-\sqrt{3}}$$

e) Analizar las propiedades que cumple la función objetivo. La función que expresa la variable *a* depende linealmente de P y es coherente con el enunciado del problema, al ser siempre positiva y crecer con P.

Problema 3: Hallar el término mayor de la sucesión que tiene por

término general $a_n = \dfrac{n^2}{n^3 + 200}$

Estrategia

a) Identificar el problema a enfrentar. La determinación del término mayor supone la identificación del valor de la variable independiente que hace lo más grande posible el valor de la variable dependiente. Es, por tanto, un problema de tipo analítico.
b) Buscar relaciones entre los datos. Las variables independiente y dependiente verifican una relación analítica explícita, que es una función del conjunto de los números naturales en el conjunto de los números reales. Por la forma del término general de la serie, éste va decreciendo a medida que aumenta *n.*
c) Establecer un modelo. Consideramos determinar el máximo de la función $f(x)=\dfrac{x^2}{x^3+200}$

d) Hallar dominio e imagen de dicha función. Función cuyo dominio es $[0;\infty)$ subconjunto del conjunto de los números reales.
e) Analizar las propiedades que cumple la función objetivo. La función elegida transforma el problema discreto en uno continuo.
La estrategia está ya planteada y basta aplicar el procedimiento analítico para determinar extremos de una función, o sea:

$f'(x)=\dfrac{x\left(400-x^3\right)}{\left(x^3+200\right)^2}$, que tiene como ceros $x=0$ y $x=\sqrt[3]{400}$ de

donde se obtiene que $x=\sqrt[3]{400}$ es el máximo de esta función.
Para concluir con la solución del problema, se tiene que $7<\sqrt[3]{400}<8$, por lo que el mayor término de la sucesión puede ser a_7 o a_8.

Al efectuar el cálculo se obtiene que a_7 es el término mayor de la sucesión.

Conclusiones

Las estrategias generales de solución de problemas en matemáticas proporcionan pautas acerca de la forma en la cual quien los resuelve debe enfrentarse al problema. Sin embargo, el análisis de las características propias de cada campo de conocimiento en matemáticas permite determinar pautas específicas que son, a menudo, más fructíferas (Gairín 1995) por estar más próximas al mundo de la situación problemática de referencia.

La adopción de estas estrategias particulares requiere, en primer lugar, identificar el campo de pertenencia del problema, para lo que resulta de ayuda disponer de la clasificación general que presentamos para los problemas escolares. Además, las características propias de cada campo permiten señalar aspectos que, siendo generales para el mismo, introducen pautas resolutivas más concretas y cercanas a la situación problemática.

Desde el presupuesto de la concepción de la heurística como instrumento fundamental, se desarrolla una estrategia general en la resolución de problemas relativos a Funciones, que introduce algunas pautas resolutivas concretas. Finalmente, se ejemplifica su aplicación sobre varios problemas de distintos niveles educativos, sobre cuya solución se identifica la estrategia específica que proponemos.

Nota

[1] *Aproximadamente 453 gramos*

Referencias

Blanco, L. J. (1991). *Conocimiento y acción en la enseñanza de las matemáticas de profesores de E.G.B y estudiantes para profesores*. Madrid: UNEX, 11.

Brousseau, G. (1986). Fondements et methodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques. 7,* (2), 33-55.

Carreras (1998). *La educación matemática*. Valencia: Servicio de publicaciones UPV.

Cruz, M. (1997). Sobre el planteo de problemas matemáticos. III Taller “D. M. Escalona in memoriam”. La Habana: ISP Enrique José Varona.

De Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Barcelona: Editorial Popular.

Gairín, J. (1995). Los modelos de descubrimientos. *Didáctica–Adaptación*. (Pp. 819-821) UNED. Torán, S. A.

Glaser, R. (1986). Capacidad de Resolución de Problemas. Barcelona: Editorial Labor Universitaria.

Hinsley, D., Hayes, J. R. & Simon, H. A. (1977). From word to equations: Meaning and represetation in algebra word problems. In M. A. Just & P. Carpenter (Eds.). Comprehension and cognition, (pp. 89–106). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaunm.

IBERICA. (1996). Los Conocimientos en el bachillerato. En Grouws (ed.), 11, 38-48, USA.

Jungk, W. (1979). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 2 (Primera parte).* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Jungk, W. (1985). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 2 (Segunda parte).* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Labarrere, A. F. (1988). *Bases psicológicas de la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Núñez, C. (1998). Creencias de un grupo clase de 1° FP1 administrativo sobre la resolución de problemas. *Epsilon, Vol 14(3),* No. 42, pp. 425–445. Sevilla, España.

NCTM. (1980). Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática. Sevilla: SAEM "Thales".

Polya, G. (1976). *Cómo plantear y resolver problemas*.México: Editorial Trillas of California.

Schoenfeld, A. H. (1992). *Handbook for research on mathematical teaching and learning*. New York: D. Grous, Macmilant. pp. 334-370

Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Sigarreta, J. M. (1997). *Aplicación de la teoría del número complejo a la resolución de problemas en matemática.* Tesis de maestría (material didáctico). ISPJLC, Holguín.

Sigarreta, J. M. y Palacio, J. (2000). Estrategia para la resolución de problemas matemáticos utilizando como recurso los números complejos. *Actas del evento. Internacional Compumat' 2000*. ISP Blas Roca Calderío: Universidad de la Cuenca del Plata.

Zilmer, W. (1981). *Complementos de metodología de la enseñanza de la matemática*. La Habana: Pueblo y Educación.